

# 都市の土地利用の効率性について

福島 隆司  
東京都立大学経済学部

1. はじめに.....	3
2. Mills de Ferranti, Hochman モデル.....	3
2.1 Mills and de Ferranti モデル.....	3
2.2 Hochman モデル.....	4
2.3 Hochman の混雑料金について.....	5
2.4 Mills de Ferranti, Hochman モデルの批判.....	5
3. ミルズ=ミューズ型モデル.....	6
3.1 制約条件.....	6
3.2 市場均衡.....	7
3.3 変数の決まり方.....	7
3.3.1 地代関数 $r(x)$ の決定.....	7
3.3.2 人口密度関数 $N(x)$ の決定.....	8
3.4 厚生経済学の基本定理が成立する。.....	8
3.5 ミルズ=ミューズ型モデルの特徴.....	9
4. Oron, Pines and Sheshinski モデル.....	9
4.1 混雑外部性の導入.....	9
4.2 最適混雑料金.....	9
4.3 OPS モデルの批判.....	10
5. Akai, Fukushima, Hatta モデル.....	10
5.1 混雑外部性の定式化.....	10
5.2 交通サービス企業の利潤最大化.....	10
5.3 利潤最大化の下での資源配分.....	11
5.4 OPS モデルとの比較.....	11
6 結語.....	11
参考文献.....	12

## 摘要

都市の土地は、住宅地、道路、オフィス用地、公園や緑地などの公共用地などに利用されている。土地は希少な資源であり、これをどう使うかは、人々の生活水準に決定的な影響を与える。以下においては、都市の土地資源をいかに使ったらよいのか、又、そうするためには、どのような社会経済的環境を整えたらよいのかを中心に、いくつかの論文をレビューする形で考えてみたい。

本稿で取り上げたモデルは全て理論モデルであるが、理論分析であっても、実用的な結論を出し得るし、政策提言にも威力を発揮できる。

例えば、こんざつりょうきんはどのぐらいの額となるのかという問いに対し、Hochman の分析は明確に答えている。すなわち、交通要地として使われる土地の地代分をそこを利用する人々が払いきれる程度ということであり、大変わかりやすい。

また、OPS モデルや AFH モデルでは、政策論的な知見を与えてくれる。OPS はピグー税が有効であること、AFH では競争的環境を整えれば、市場メカニズムが有効に働くことを混雑が存在するモデルで証明している。

## キーワード

都市の土地利用、混雑、ピグー税、都市の経済、土地利用の効率性

## 1. はじめに

都市の土地は、住宅地、道路、オフィス用地、公園や緑地などの公共用地などに利用されている。土地は希少な資源であり、これをどう使うかは、人々の生活水準に決定的な影響を与える。以下においては、都市の土地資源をいかに使ったらよいのか、又、そうするためには、どのような社会経済的環境を整えたらよいのかを中心に、いくつかの論文をレビューする形で考えてみたい。

本稿でとりあげる論文は、主に Mills and de Ferranti (1971), Hochman(1975), Oron, Pines, and Sheshinski(1973), Akai, Fukushima, and Hatta(1996) である。これらの論文に共通している点は、土地を住宅地と道路（交通用地）とに使用するときの配分の効率性について論じていることである。道路には混雑外部性が発生し、なんらかの形で、混雑料金がかけられる。どのような方法で、いくら位混雑料金を徴収したらよいのかということも問題の一部である。この点で上にあげた論文は、ファースト・ベスト資源配分について論じている。混雑料金の徴収は不可能であるとの前提の下での、いわゆるセカンド・ベスト資源配分は本稿では扱わない<sup>1</sup>。

オフィス用地は、CBD の一点として表されている単一中心モデルであるので、オフィス用地の広がりについては、考慮しない<sup>2</sup>。また、公園や緑地などの公共用地は、公共財として別途考える必要があるが、ここでは考慮外とする。

<sup>1</sup>セカンド・ベストについて論じた論文には Amott (1979), Kanemoto (1977), Robson (1976) などがある

<sup>2</sup> オフィス用地がCBD を中心として、ある面積必要であるとしても、分析には影響を与えない。オフィス用地の広さはCBD を中心とする生産性の高さに依存するが、それが決まれば、他の土地を道路と住宅地の用途にいか配分するかという問題となる

## 2. Mills de Ferranti, Hochman モデル

### 2.1 Mills and de Ferranti モデル

このモデルでは一定の人口が都心で働く（閉じた都市の）一般均衡モデルにおいて、道路に使用する土地の配分を決定する条件を求めている。1人当たりの住宅地サイズは一定と仮定されている。その下で、交通用地（道路）への土地使用の最適性を論じている。

ある地点  $x$  における単位距離を移動するコスト、 $p(x)$  が次式で与えられているとしよう<sup>3</sup>。

$$(2.1) \quad p(x) = \bar{p} + r_1 \left[ \frac{M(x)}{L(x)} \right]^{r_2}$$

ここで、

$\bar{p}$  = 混雑がない時のコスト、

$M(x)$  = この地点を通過する人数

$L(x)$  = この地点の道路用土地面積

とする。したがって、(1)式の第2項は、単位距離当たりのコストをあらわしている。

$M(x)/L(x)$  は、この地点での混雑度である。

CBD で  $N$  人が働く。CBD の半径はゼロとする。（ $N$  は外生変数である。）

CBD から  $x$  離れた地点での使用可能な土地の面積を  $q(x)$  とし、それは住宅用地と交通用地（道路）に使われる。

1人の労働者は一定の住宅用地を使う。この仮定のもとでは、 $N(x)$  人の人が全体として  $L^h(x)$  単位の土地を住宅用地として使い、

<sup>3</sup> 各消費者が地点  $x$  において単位距離を移動するときには、私的コストであるが、道徳的にも1人の消費者が地点  $x$  を通過する時に支払う額という意味で、私的限界費用である。これは社会的平均費用と一致する

$$(2.2) \quad N(x) = a_1 L^h(x)$$

である。したがって土地 ( $1/a_1$ ) が 1 人当たりの住宅用地であり、これが固定されている。

$L(x)$  単位の土地が交通用地であり、土地の需給は次式で与えられている。

$$(2.3) \quad L(x) + L^h(x) = q(x)$$

全ての都市労働者は CBD で働く。したがって地点  $x$  での通勤者数は、

$$(2.4) \quad M(x) = \int_x^{\bar{x}} N(x') dx'$$

となる。ただし、 $\bar{x}$  は都市の半径である。

土地は農地として使えば  $r_A$  の地代を得られるとする。したがって、都市にとっての総コストは、交通費プラス土地の機会費用であるので、

$$(2.5) \quad \int_0^{\bar{x}} [p(x)M(x) + r_A q(x)] dx$$

となる。

効率的な土地利用は、(1),(2),(3),(4)の制約の下で(5)を最小にするものと考えられる。

Mills and de Ferranti は最適のための必要条件が次の式で与えられることを示した<sup>4</sup>。

$$(2.6) \quad \frac{d \left[ \frac{M(x)}{L(x)} \right]}{dx} = -\frac{a_1}{r_2} - \frac{a_1 \bar{p}}{r_2 r_1 (r_2 + 1)} \left[ \frac{M(x)}{L(x)} \right]^{-r_2}$$

(6)式を満たす  $M(x)/L(x)$  が最適混雑度である。この様に、Mills and de Ferranti の貢献は最適混雑度を表す条件式を数学的に求めたことにある。

## 2.2 Hochman モデル

Hochman(1975)は、Mills and de Ferranti (1971) が道路への土地の最適配分条件を数学

的に求めたのをうけ、最適な混雑料金を消費者が支払うならば、その下で競争均衡により、最適な道路配分が決まることを示した。

なお、Hochman の最適混雑料金は混雑の社会的限界費用である。又、土地を道路にするか否かの判定として、市場地代 (コスト) と、道路の幅が混雑を減らすという側面 (ベネフィット) を比較していることから、「混雑税料金を徴収した上で、コストベネフィットにより土地を道路にするか否かの決定を行えば、土地利用は最適になる」ともとれる。この場合、混雑税料金はあくまで市場地代と社会的な土地の機会費用を一致させる方策であり、最適な土地利用をするためには、それに加えて誰かが、道路に使われる土地の量を決めなくてはならないが、それは政府がコストとベネフィットを考えて決定しているのか、交通サービス企業があって、何らかの最適行動の結果決まってくるものなのか明示されていない。

Hochman モデルを具体的に見ると次の様になる。 $c(x)$  を個人  $x$  が地点を通過するときに払う通勤コストとする。 $x$  地点に住む者は、土地  $1/a_1$  を住宅に使用するので、それに対するレントを支払う。したがって、通勤費と合わせると  $x$  地点での各個人は、CBD までの通勤費と住宅費を合わせて、

$$(2.7) \quad \int_0^x c(x') dx' + \frac{r(x)}{a_1}$$

を支出することになる。

市場均衡のもとでは、どの地点に住んでもこれが等しくなくてはならないので、 $x$  で微分して、

$$(2.8) \quad c(x) + a_1^{-1} \frac{dr(x)}{dx} = 0$$

が成立しているはずである。

なお、この式は、 $c(x) = t$  と単位通勤費が固定されているとすると、

<sup>4</sup> 最適問題は、数学的には変分法の問題として定式化される。(2.6)はその1階のオイラー条件である。

$$\frac{dr(x)}{dx} = -a_1 t$$

となり、右辺は  $x$  に関係ない定数となるので地代曲線が直線になるのがわかる。

これは、住宅地では常に 1 人が  $a_1^{-1}$  単位の土地を使用するのだから、都心への距離が  $dx$  縮まった時の通勤費の変化（減少）が  $-tdx$  であり、それがちょうど住宅レントの上昇分  $a_1^{-1} dr$  に吸収されていることを示している。

$x$  地点での通勤サービスの社会的総費用は、 $M(x)p(x)$  であり、これが土地 1 単位を追加することによって減る額が、その土地の地代と等しくなるときの、土地が効率的に使われているから、

$$(2.9) \quad r(x) = \frac{\nabla(-M(x)p(x))}{\nabla L(x)}$$

が成立する。

(2.1)式と(2.9)式を使って  $r(x)$  を具体化すると、

$$(2.10) \quad r(x) = r_1 r_2 (M(x)/L(x))^{\gamma_2+1}$$

を得る。

各個人は、混雑料金として、 $x$  地点を通過するたびに、その地点の総土地レントを通過人数で割った額を払うとすれば、各個人の負担は、

$$(2.11) \quad c(x) = p(x) + r(x)L(x)/M(x)$$

となる。

(2.11)式を(2.8)式に代入し、(2.10)式を使えば、Mills and de Ferranti の最適条件(2.6)式を得る。すなわち、消費者が(2.11)式で与えられる金額を通勤に支払い、政府（あるいは民間企業）が(2.9)の式が成立するよう土地を交用地に使うならば、都市の社会的総コストは最小となる。

### 2.3 Hochman の混雑料金について

Hochman モデルにおいて、消費者は地点  $x$  を通過するために、(2.11)式の  $c(x)$ 、すなわ

ち、私的限界費用  $p(x)$  と混雑料金

$r(x)L(x)/M(x)$  を支払っている。一般論としては混雑料金として限界外部費用を支払うのが望ましい。この場合、限界外部費用とは、もう 1 人追加的に乗客が増えたときの乗客 1 人 1 人の私的コスト上昇分  $\times$  乗客数である。Hochman の消費者は、混雑料金として、ちょうどこの限界外部費用を支払っている。

これは次の様に考えればわかりやすい。 $p(x)M(x)$  は通勤の社会的総費用であるので、もう 1 人追加的に地点  $x$  を人が通過する費用を通勤の社会的限界費用とすれば、

$$(2.12) \quad \text{社会的限界費用} = \frac{\partial(p(x)M(x))}{\partial M(x)}$$

$$= p(x) + M(x) \frac{\partial p(x)}{\partial M(x)}$$

= 私的限界費用 + 限界外部費用

となるので、式(2.1)を使って計算すると、

$$(2.13) \quad \text{限界外部費用} = r_1 r_2 (M(x)/L(x))^{\gamma_2}$$

が得られる。ところが、Hochman の消費者が支払う混雑料金は、(2.1)式の右辺第 2 項であり、(2.10)式の  $r(x)$  を次式にあてはめると、

$$(2.14) \quad \text{混雑料金} = r(x) \frac{L(x)}{M(x)}$$

$$= r_1 r_2 (M(x)/L(x))^{\gamma_2}$$

となり、限界外部費用と一致している。

Hochman の消費者は、私的限界費用と合わせると、通勤の社会的限界費用を支払っているのである。

### 2.4 Mills de Ferranti, Hochman モデルの批判

このモデルは一般的均衡モデルの形式をとってはいるが、はなはだ不完全である。

まず、都市で働く労働者数  $N$  が先決されていることが問題である。これは、砂漠の中で、周辺から隔離された都市が 1 つあるという状況であり、この都市へ流入してくる人は誰もいな

い。現実とは、かなりかけ離れた世界である。したがって、都市がどのくらいの人口を持つことが望ましいかといった問には答えられない。

又、 $N$  人が CBD で働くが、この労働者が何を作っているのかは全くモデルの中になく、理論的に片手落ちであろう。

1 人当たりの住宅用土地が一定というのも大変疑問である。CBD に近づけば、地代  $r(x)$  は上昇するが、とすれば、土地サービスを少なく消費して資本をより多く投下し、土地を高度利用するというのが普通であろうが、ここにはそう言ったことは全く入っておらず、土地サービス以外の消費財も登場しない。すなわち、消費面での代替が全く存在しない。

通勤者が払う、私的限界費用は(2.1)式で与えられているが、この定式化は全くアドホックであり、そのうらに説得的な理由があるとは思えない。

最小にするべき目的関数が、交通費のコストと土地のコストを合わせたものとなっているが、これもその他のコストが考慮外にあるからであって、ややアドホックな仮定と言わざるを得ない。

通勤サービスの生産がどのように行われているのかも、はっきりしない。Hochman は通勤サービスの生産は  $(-M(x)p(x))$  であるとしているが、(2.1)を使ってこれを求めると

$$-M(x)p(x) = -\bar{p}M(x) - r_1 \left[ \frac{M(x)}{L(x)} \right]^{r_2} M(x) \quad (2.15)$$

$$\equiv g(L(x), M(x))$$

となっており、右辺が生産関数と呼べるかどうかは疑問である。 $M(x)p(x)$  は  $x$  地点を通過する人々の通勤の社会的総費用であると解釈するのが、一番説得力があると思われる。

しかし、生産関数として(2.15)を解釈すると

すれば、(2.9)式には2つの解釈が存在する。第1の解釈は次の様になる。(2.9)式の左辺は、土地を追加的に1単位利用するときに払うコストであり、右辺は土地の追加によってもたらされる社会的費用の減少(ベネフィット)であり、これが一致するように、誰かが土地を交通用地にしている。これが誰であるかはわからないが、達成されれば、土地は交通用地として効率的に使用されている。第2の解釈は、右辺は土地の交通サービス産業における限界生産力とする見方である。すると(2.4)式は(2.15)を生産関数とする交通サービス産業があり、その産業が利潤を最大化すべく、土地サービスを購入する時の条件式である。この場合、政府の役割は消費者から混雑料金をとることだと言える。この解釈は魅力的ではあるが、(2.15)が生産関数とは言えるか否かの問題である。

これらの批判をクリアするモデルが次に述べるミルズ=ミューズ型モデルである<sup>5</sup>。

### 3. ミルズ=ミューズ型モデル

#### 3.1 制約条件

人口密度関数を  $N(x)$  とし、 $x$  地点を通過する通勤者数を  $M(x)$ 、都市境界を  $\bar{x}$ 、都市内人口を  $N$  とすると以下が成立する。

$$(3.1) \quad M(x) = \int_x^{\bar{x}} N(x') dx'$$

$$(3.2) \quad N = \int_0^{\bar{x}} N(x) dx$$

都市の生産関数は次式で与えられている。

$$(3.3) \quad Y = F(N)$$

ただし

$$F'(N) > 0 \quad F''(N) \leq 0$$

通勤鉄道の生産関数は、

$$(3.4) \quad M(x) = mL(x) \quad m \text{ は定数}$$

<sup>5</sup> 最適都市サイズを、今日の様な数式モデルで扱った最初は Borukhov (1973) である

ただし、 $L(x)$ は交通用地である。(通勤混雑は発生しないと仮定している。)

地点 $x$ 上の土地面積を $q(x)$ とすると、

$$q(x) = L(x) + L^h(x)$$

ただし、 $L^h(x)$ は住宅用地である。

労働者一人当たりの土地使用量を $h(x)$ とすると、 $L^h(x) = h(x)N(x)$ となっているはず。したがって、

$$(3.5) \quad q(x) = L(x) + h(x)N(x)$$

$x$ 地点に住む労働者の効用関数を $u(z(x), h(x))$ とすれば、移動は自由だから、

$$(3.6) \quad u^0 = u(z(x), h(x))$$

が成立する。ただし、 $u^0$ は地方における労働者の効用水準である。

### 3.2 市場均衡

$x$ 地点の地代を $r(x)$ としよう<sup>6</sup>。通勤電車が都心から $x$  km離れた地点を通過するときの1 m当たりの通勤運賃を $p(x)$ とする。

$x$ 地点から都心に通うには、

$$\int_0^x p(x') dx'$$

の運賃を払う必要がある。

地点 $x$ の労働者の予算制約は、

$$(3.7) \quad w = z(x) + r(x)h(x) + \int_0^x p(x') dx'$$

である。ただし、 $w$ は都市で払われる賃金である。効用最大化の1次の条件として、

$$(3.8) \quad \frac{u_h(z(x), h(x))}{u_c(z(x), h(x))} = r(x)$$

が成立する。

賃金は限界生産力に等しくなるので、

$$(3.9) \quad w = F'(N)$$

となる。

通勤鉄道サービスの生産は(3.4)で与えられるので、

$$\begin{aligned} \Pi &= \int_0^{\bar{x}} \{p(x)M(x) - r(x)L(x)\} dx \\ &= \int_0^{\bar{x}} \{mp(x) - r(x)\} L(x) dx \end{aligned}$$

利潤は競争均衡では利潤最大化するので、を $L(x)$ について最大化すれば、

$$(3.10) \quad r(x) = mp(x)$$

を得る。

都市境界において、都市の地代と地方の地代は一致するので、

$$(3.11) \quad r(\bar{x}) = r^0$$

が成立する。この式が都市境界を決定する。

モデルは完結し、既知のパラメーターは、 $m, u^0, r^0$ であり、既知の関数は、 $q(x), F(N), u(c, h)$ である。

一方、このモデル内で決定される未知関数は、 $N(x), L(x), M(x), z(x), h(x), r(x), p(x)$ である。また未知変数は、 $\bar{x}$ と $N$ となる。

### 3.3 変数の決まり方

#### 3.3.1 地代関数 $r(x)$ の決定

まず、(3.6)式と(3.8)式から、 $z(x)$ と $h(x)$ に対する補償需要関数を導出することができる。 $u^0$ は固定されているので、 $z(x)$ と $h(x)$ は $r(x)$ のみの関数になる。

今ここで、 $r(x)$ が任意に与えられたとするならば、上の議論から、 $z(x), h(x)$ は決まり、(3.10)式から $p(x)$ が決まる。すると、(3.7)式

<sup>6</sup> 消費財をヌメレルとしている。

の右辺は全て決まってしまう。今、簡単化のため、(3.9)式で与えられる  $w$  は一定としよう。

( $F(N)$  が一次同次との仮定) すると、(3.7) 式の右辺と左辺のどちらかが大きくなる。この様に当初与えられた関数  $r(x)$  の下では、収入 ( $w$ ) が支出 (右辺全体) より大きいとしよう。とすると、 $x$  地点に住む労働者が、地方に住む人と同じ効用を得るように消費財と住宅を消費しても、なお手元にお金が残ることを意味する。この結果、 $x$  地点に人口が流入するであろう。 $r(x)$  が上昇し、右辺が左辺と同じになるまで、この上昇は続く。

もし、逆に収入の方が少なければ、 $x$  地点から人々は他の地点へ移り住み、 $r(x)$  が低下し、このような移動は、左辺と右辺が均衡するまで続くであろう。

最終的な均衡では、あらゆる  $x$  に対し、(3.7) 式を満足させる地代関数  $r(x)$  が決定される。均衡での  $r(x)$  が決まれば、(3.11)式から、都心から都市の境界までの距離  $\bar{x}$  が決定される。

### 3.3.2 人口密度関数 $N(x)$ の決定

次に、人口密度関数  $N(x)$  がどう決まるかを考えてみよう。ある関数  $N(x)$  が与えられているとしてみよう。その時、 $\bar{x}$  は既に上で決まっているので(3.1)式により、 $M(x)$  が決まる。すると、(3.4)式から  $L(x)$  が決まる。 $h(x)$  は既に決まっているので、(3.5)式の左辺と右辺は一致しない。今、右辺の方が大きい。すなわち、地点  $x$  において、土地需要が供給  $q(x)$  より大ならば、短期的には、その地点の地代が上昇し、(3.7)式の均衡が成立しなくなる。そのような地代の下では、 $x$  地点の人々は、支出が収入を超えてしまうので、この地点から人々は他の地点へ移る。すると、 $N(x)$  が減少する。これは(3.5)式の均衡が成立するまで続く。

この様に、土地の受給ギャップを埋めるように、地代が均衡値から一時的に乖離し、各地点の人口量を調整する働きをする。最終的には、

(3.7)式で決まった  $r(x)$  の下で、土地の需給が一致するよう人口密度  $N(x)$  が決まる。

### 3.4 厚生経済学の基本定理が成立する。

国が計画経済で、都市を経営すると考えよう。上のモデルでは、(3.1)式~(3.6)式までには価格変数は一切あられない。後半の(3.7)式~(3.11)式には価格があらわれる。国が都市を経営するとしても、(3.1)式~(3.6)式までは成立していなくてはならない。しかし、国は(3.7)式~(3.11)式は無視して、好きなように実物変数や関数を決めることができるでしょう。すると、上のモデル中の

$N(x), L(x), M(x), z(x), h(x)$  の5つの関数と、 $\bar{x}$  と  $N$  の2つの未知数を国は好きなレベルに決めることができる。(都市が存在しない時)と同じだけの生活水準を与えながら、生産の余剰を最大とすることにしよう。

都市の建設のためには、半径  $\bar{x}$  以内の土地サービスを地主から購入し、そこに  $N(x)$  の労働者を配し、住居及び通勤のための土地サービスをまかなう必要がある。労働者は  $z(x)$  の消費財を支給しないとイケない。したがって、この都市での生産が  $F(N)$  とすると、労働者のための消費財購入と、住居、通勤のための土地サービスの購入を引いたものが国に残る余剰であるので、それは、

$$(3.12) \quad F(N) - \int_0^{\bar{x}} \{z(x)N(x) + r^0 q(x)\} dx$$

と与えられる。

したがって、国にとっての問題は、目的関数(3.12)を制約条件(3.1)~(3.6)の下に最大にすることである。この問題は変分法を使って解け、その結果(3.7)~(3.11)式の中の価格関数をラグランジェの未定定数と置き換えた式が極大の必要条件として得られる。ただし、(3.11)式は、トランスポーサリティ条件として得られる。

すなわち、競争均衡は、計画経済における社会的余剰最大化の必要条件を満たすのである。そして、ミルズ=ミューズ型モデルにおいても、

厚生経済学の基本定理が成立する。

### 3.5 ミルズ=ミューズ型モデルの特徴

まず、Mills de Ferranti, Hochman 型モデルの弱点を、すべて正していることがあげられる。そして最終的には、競争均衡が資源（土地の使用も含めて）配分を最適化することもわかった。しかし、上で述べたモデルには混雑がない。すなわち、なんら外部不経済がないのである。したがって、厚生経済学の基本定理が成立するのは当然とも言えよう。

しかしこのモデルは、次に見るように、容易に混雑を導入できるのである。混雑を導入すると、誰が混雑料金をチャージしているのが問題となる。政府がこの任に当たるならば、それは混雑税と呼んでも良いし、民間企業であれば混雑料金である。このように混雑の導入は、その背後にある社会的組織を明らかにする必要を生じる。

## 4. Oron, Pines and Sheshinski モデル

### 4.1 混雑外部性の導入

Oron, Pines and Sheshinski (1973) (以下 OPS) は、ミルズ=ミューズ型モデルに混雑を導入した。OPS は、交通を司る機関を仮定し、これを Transportation Authority (TA) と呼んだ。TA は一定の交通用地をただで使用でき、交通用サービスを供給する。この交通サービスの供給は、地点  $x$  を通過できる速度で測られ、

$$(4.1) \quad v(x) = v(M(x), L(x))$$

と与えられる。この関数の仮定として、 $x$  地点を通過する人数  $M(x)$  が多くなると速度が減少し、土地の使用量が多くなると、速度は速くなるのが前提条件である。

OPS は、交通用地は一定の広さが先決されていると考えた。すなわち、(4.1)式の中の  $L(x)$  が既知の関数であるため、 $x$  地点を通過するに必要な時間を  $t(x)$  とすると、

$$(4.2) \quad t(x) = 1/v(x)$$

$$= t(M(x), x)$$

と表すことができる。

OPS では、ミルズ=ミューズ型モデル中の (3.4) 式の代わりに (4.1) 式を使い、混雑を導入した。そして、混雑料金として  $T(x)$  という料金を 1 人当たり徴収し、料金収入総額は一括払い戻しという型で、各自に等しく払い戻されるのを仮定した。

### 4.2 最適混雑料金

上の仮定により、各労働者は、通勤費  $p(x)$  として、時間コストと混雑料金を合わせたものを負担することになる。また、交通用地は一定であるため、関数  $L(x)$  は既知の関数である。このため、交通用地が効率的に使われているか否かという問題は、切り捨てられることになってしまった。したがって、土地の利用に関しては、住宅用地が効率的に使用されているかどうかという問題となり、住宅地を減らして、交通用地を拡大すべきかどうかといった問題には答えていない。

ともあれ、OPS の条件として社会的最適のためには、混雑料金として、

$$(4.3) \quad T(x) = M(x) \cdot \frac{\partial t(x)}{\partial M(x)}$$

を徴収すべきであるとの結論を得た。ここで、

$\frac{\partial t(x)}{\partial M(x)}$  は  $x$  地点を追加的に 1 人多くの人が

通過することにより、そこを通過する他の人々の速度が落ち、時間が余分にかかるコストであり、これは、(2.12)式における限界外部費用と一致する。すなわち、OPS モデルでは、TA が限界外部費用を計算し、それを混雑料金として徴収するならば、社会的最適が達成される。土地利用については、住宅用地の使用（各地点で 1 人当たりどのくらいの大きさの土地が使われているか）も最適となる。

この様に、OPS はミルズ=ミューズ型モデルと混雑を同時にモデル化し、特権を持った TA が最適混雑料金をチャージするという、ピグー

税的解決方法で、社会的に最適な資源配分が得られるとしたのである。

### 4.3 OPS モデルの批判

上に見たように、OPS は一応の成功を収めたが、問題点もある。まず、TA の存在ということであろう。これは、交通を司る政府の役所的存在であり、土地はただで使え、混雑料金も社会的最適が達成されるレベルの料金を計算し、それを各通勤者から徴収する。混雑外部経済に対し、その社会的限界費用を計算し、これを徴収できなくてはならず、収入はすべて等しく消費者に払い戻すという、いわゆるピグー税を単純に応用したものである。したがって、この TA は誰が組織するのか、国有であるとする、昔の国鉄のような不効率経営におちいるのではない、等の懸念が生ずる。

又、TA が使用する土地は一定であり、これがどのレベルであるべきか、すなわち都市の中で土地を住宅地と交通用地とにどのように割り振ったらよいかという問題には答えられない。したがって、Hochman モデルの(2.9)式に相当する「交通用地をどれだけ使ったらよいか」という条件は、OPS モデルの中には見あたらない。

この様な問題にも答えられるモデルが、次に示す、Akai, Fukushima, and Hatta (1997) である。

## 5. Akai, Fukushima, Hatta モデル

### 5.1 混雑外部性の定式化

Akai, Fukushima, and Hatta (1997) (以後 AFH モデル) では、交通混雑として、通勤電車の混雑を主に考えている。これは、通勤サービスの生産関数として、(3.4)の代わりに、

$$(5.1) \quad M(x) = T(L(x), s(x))$$

と定式化されている。ただし、 $s(x)$  は、地点  $x$  における混雑度を表すための関数である。関数  $T(\cdot)$  は、 $L(x)$  に関して一次同次であり、 $s(x)$  が入っているので、混雑度が増すと、交通サービスの生産 (何人の人がそこを通過する

か) も増える。

地点  $x$  からの通勤者は、CBD にいたるまで各地点で  $s(x)$  の混雑を受けるので、CBD に着くまでには、

$$(5.2) \quad c(x) = \int_0^x s(x') dx'$$

の混雑を受ける。これは、混雑した電車に乗った時のエネルギー消費と考えればわかりやすい。したがって、都心で働く消費者は、効用がそれだけ減ずると考えられる。

これは(3.6)式の中の効用関数の中で、

$$(5.3) \quad u(z(x) - c(x), h(x)) = u^0$$

とし、混雑によるエネルギー消費分を差し引いた都市労働者の効用が、田舎の人の効用  $u^0$  と等しくなるように、人々が移動する。

### 5.2 交通サービス企業の利潤最大化

AFH モデルでは、交通セクターは民間企業が運営し、競争的条件が整っているとして定式化している。すなわち、 $x$  地点を通過するために通勤者が支払う通勤の金銭コストを  $p(x)$  とすると、混雑コストは  $s(x)$  だから、合計して、

$$(5.4) \quad g(x) = p(x) + s(x)$$

のコストを負担する。通勤交通を供給する会社は互いに競争し、 $g(x)$  は市場で決定されるために、各供給者の意思では変えられない。各企業は、自身がチャージする料金  $p(x)$  は変えられるとする。今、ある企業が自社路線の価格を下げたとすると、すると(5.4)式の左辺は一定だから混雑が増える。(少なくとも、各企業は  $g(x)$  は変えられないものとして行動している。)

この状況の下で、各通勤サービスは利潤、

$$(5.5)$$

$$\Pi = \int_0^{\bar{x}} \{p(x)T(L(x), g(x) - p(x)) - r(x)L(x)\} dx$$

を得るが、これを  $L(x)$  と  $p(x)$  を選ぶことにより、最大化していると考えられる。すると、最大化の1階の条件として、

$$(5.6) \quad r(x) = p(x)T_L(L(x), s(x))$$

$$(5.7) \quad M(x) = p(x)T_s(L(x), s(x))$$

が得られる。(5.6)式は、Hochman モデルの(2.9)式に相当するもので、通勤用に使われる土地の使用条件を示しており、(5.7)式は OPS の(4.3)式、すなわち、混雑料金の設定を示している。というのは、(5.7)式は、

$$(5.8) \quad p(x) = M(x)/T_s$$

と書きかえると、 $1/T_s$  は  $ds/dT$  であるので、もう1人追加的に通勤者が地点  $x$  を通過するときの混雑コストの上昇であり、それに  $M(x)$  をかけると、社会的限界外部費用と一致する。

### 5.3 利潤最大化の下での資源配分

この様に、AFH モデルでは、交通サービスを提供する企業が、競争的市場の下で利潤を最大化すると、通勤用の土地使用量は最適なレベルに決まること、及び同じ条件下で、鉄道会社がチャージする料金は社会的限界外部費用となっており、それゆえ、社会的最適な混雑料金を結果的に徴収していることがわかる。もちろん、住宅用土地も最適に配分されている。

要約すると、AFH モデルでは、OPS モデルで仮定された TA (transportation authority) は、なんら必要とせず、混雑外部性が存在するにもかかわらず、交通市場が競争的であるならば、土地（その他も含め）資源が効率的に配分されることを証明した。AFH モデルで前提とするような「競争的条件」が満足されるケースは、現実には多くない。しかし、日本の大都市、特に東京のように鉄道路線が、JR、私鉄、地下鉄等で、たがいに競争している状況は考えられる。又、政策的見地からは、いかなる市場条件をそろえたら、自由な市場メカニズムが最適に働くかを示しているとも考えられる。そして、現実の市場との乖離を考えると、どのよ

うに自由市場を補完していったら良いかの目安ともなるだろう。

### 5.4 OPS モデルとの比較

AFH モデルは、通勤電車を念頭におき、OPS モデルは、自動車通勤を考察の対象としているが、両者のモデルを形式的に眺めてみると、共通している点も多い。

まず、OPS の混雑による速度の変動を示す(4.1)式は、 $M(x)$  について解き直すと、

$$(5.9) \quad M(x) = f(L(x), 1/v(x))$$

となる。したがって、AFH の  $s(x)$  と上式の  $1/v(x)$  が同じと考えれば、(5.9)式は(5.1)式と一致する。又、効用関数(5.3)式の定式化の中の  $z(x) - c(x)$  を  $y(x)$  とし、効用関数を  $u(y(x), h(x))$  と定義し、これを使って予算制約を書くと、AFH のそれと、OPS のそれは、形式的には一致する。

ただ、OPS では交通用地  $L(x)$  は外生関数として与えられているが、AFH では  $L(x)$  は、内生的に決定されるという点が異なっている。

モデルの形式論とは別に、OPS では政府機関が交通サービスを提供し、税金のように交通量を取り、社会的最適を達成する手段としようというフィロソフィーであり、いわゆるピグー税の応用という側面が強い。これに対して、AFH モデルでは、競争的条件を整えてあげれば、政府は介入しなくてよいという、いわば、フランク・ナイト的解決方法を指向している。特に、この最後の部分の違いを強調したい。

## 6 結語

本稿で取り上げたモデルは全て理論モデルであるが、理論分析であっても、実用的な結論を出し得るし、政策提言にも威力を発揮できる。

例えば、こんざつりょうきんはどのぐらいの額となるのかという問いに対し、Hochman の分析は明確に答えている。すなわち、交通要地として使われる土地の地代分をそこを利用する人々が払いきれる程度ということであり、大変

わかりやすい。

また、OPS モデルや AFH モデルでは、政策論的な知見を与えてくれる。OPS はピグー税が有効であること、AFH では競争的環境を整えれば、市場メカニズムが有効に働くことを混雑が存在するモデルで証明している。

#### 参考文献

- (1) Akai, N., T. Fukushima, and T. Hatta(1997) "Optimality of a Competitive Equilibrium in a Small Open City with Congestion", forthcoming in Journal of Urban Economics.
- (2) Arnott, R. J., "Unpriced transport congestion", Journal of Economic Theory 21, 294-316 (1979).
- (3) Hochman, O., "Market equilibrium versus optimum in a model with congestion: Note, " American Economics Review 65, 992-6 (1975).
- (4) Kanemoto, Y., "Cost-benefit analysis and the second-best land use for transportation", Journal of Urban Economics 4, 483-503 (1977).
- (5) Mills, E. S., and D. M. de Ferranti, "Market choices and optimum city size", American Economic Review, Papers and Proceedings 61, 340-5 (1971).
- (6) Oron, Y., D. Pines and E. Sheshinski, "Optimum vs. equilibrium land use pattern and congestion toll", Bell Journal of Economics 4(2), 619-636 (1973).
- (7) Robson, A. J., "Cost-benefit analysis and the use of urban land for transportation", Journal of Urban Economics 3, 180-191 (1976).

# On the efficient use of city land

By

Takashi Fukushima

Faculty of Economics,

Tokyo Metropolitan University

## Abstract:

We consider the efficient use of city land for transportation and housing. The use of land is directly related to the welfare of the city residents and therefore it is worthwhile to consider the ways to achieve allocative efficiency in land use.

We review theoretical results by Mills and de Ferranti; Hochman; Oron, Pines, and Sheshinski; and Akai, Fukushima, and Hatta. We found that many theoretical results have practical implications, and they are useful to formulate policy recommendations. For instance, Hochman's results shows the right level of congestion charge for commuters, and OPS and AFH models provide policy foundations for Pigovian congestion tax, and for reforms to move to more liberalized market arrangements.